Allgemeine Hinweise:

- Beginnend mit diesem Übungsblatt sollen Sie die Techniken der prozeduralen Programmierung verwenden, dürfen aber noch funktional programmieren um die Aufgaben zu lösen. Allerdings dürfen Sie ab dem nächsten Übungsblatt nur noch prozedural programmieren und der Header `fcpp.hh` darf ab dann nicht mehr eingebunden werden.
- Verzichten Sie daher für die prozedurale Programmierung vor allem auf Rekursion und die `cond`-Funktion und lösen Sie die gestellten Aufgaben durch die Verwendung von Schleifen und bedingten Anweisungen. Die `print`-Funktion zur Ausgabe Ihrer Ergebnisse sollen Sie weiterhin nur verwenden.

Übung 1 *Zahlendarstellung*

a) Die Determinante einer 2×2-Matrix A berechnet man durch

$$\det(A) = \det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc.$$

Schreiben Sie eine C++-Funktion

```
float determinante(float a, float b, float c, float d) ,
```

die die Determinante berechnet. Berechnen Sie damit die Determinante $det(A)$ der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 100 & 0.01 \\ -0.01 & 100 \end{pmatrix}.$$

Die exakte Lösung ist 10000.0001. Warum stimmt das Ergebnis nicht? Was passiert, wenn Sie anstatt des Datentyps **`float`** den Typ **`double`** verwenden?

Bemerkung: Der C++-Compiler rundet bei der Ausgabe von **`float`** und **`double`**-Zahlen normalerweise automatisch, um das Ergebnis lesbarer zu machen. Die Ausgabefunktion `print` aus dem von uns bereitgestellten Header `fcpp.hh` schaltet die Rundung ab und gibt alle Stellen aus.

b) Berechnen Sie mit einem C++-Programm $(a + b) + c$ und $a + (b + c)$ mit $a = 10^n$, $b = -10^n$ und $c = 10^{-n}$ und $n = 6, 7, 8, \dots, 14$. Für welches n ist die Addition auf Ihrem Computer nicht mehr assoziativ wenn Sie **`float`** verwenden? Warum passiert das?

(5 Punkte)

Übung 2 *Effektiver Zinssatz*

Sie sind der Programmierer des neuen Onlinesystems für kurzfristige Einlagen der Bank *Schnell & Reich*. Bei einer jährlichen Verzinsung von z und einer Abrechnung der Zinsen in Schritten von $1/n$ Jahren ergibt sich der *effektive* Zinssatz zu

$$z_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n - 1$$

Der effektive Zinssatz steigt mit n, da bereits gewährte Zinsen aus vorherigen Abrechnungszeiträumen ebenfalls verzinst werden (sogenannter *Zinseszins*). Das Supremum entspricht einer Abrechnung in infinitesimal kleinen Schritten:

$$\lim_{n\to\infty} z_{\text{eff}} = \exp(z) - 1$$

Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung des effektiven Zinssatzes, wobei Sie einmal den Datentyp `float` und dann `double` zur Berechnung verwenden. Schreiben Sie dazu Funktionen

`float zins(float z, int n)` und `double zins(double z, int n)`.

Verwenden Sie $z = 0.06$ und lassen Sie n folgende Werte durchlaufen:

1	(jährliche Abrechnung)	$365 * 24$	(stündlich)
4	(quartalsweise)	$365 * 24 * 60$	(minütlich)
12	(monatlich)	$365 * 24 * 60 * 2$	(alle 30 Sekunden)
365	(täglich)	$365 * 24 * 60 * 60$	(sekündlich)

Erzeugen Sie für jedes n eine Ausgabe, die folgende Informationen enthält:

- Anzahl der Abrechnungsvorgänge n
- Zugehöriger Zinssatz unter Verwendung von **`float`**
- Differenz zu $\exp(z) - 1$ für **`float`**
- Zugehöriger Zissatz unter Verwendung von **`double`**
- Differenz zu $\exp(z) - 1$ für **`double`**

Binden Sie den Header `fcpp.hh` ein. Dieser bindet weitere Header ein, so dass Ihnen Funktionen wie $\exp()$ zur Verfügung stehen. Verwenden Sie außerdem für Ein- und Ausgabe die dort definierten Funktionen.

Welche Ergebnisse wären bei exakter Rechnung zu erwarten, und in welchen Punkten weichen die von Ihnen erhaltenen davon ab? Können Sie mögliche Ursachen angeben?

(5 Punkte)

Übung 3 *Multiplikation im Zweierkomplement*

Zeigen Sie, dass für $n \in \mathbb{N}$ unter der Voraussetzung

$$a, b, a \cdot b \in [-2^{n-1}, \ldots, 2^{n-1} - 1]$$

gilt, dass die Multiplikation im Zweierkomplement sich folgendermaßen darstellen lässt:

$$d_n(a \cdot b) = s_n(d_n(a) \cdot d_n(b))$$

Dabei bezeichnen d_n und s_n die Zweierkomplementdarstellungs- und Abschneidefunktion aus der Vorlesung. *Hinweis:* Rekapitulieren Sie das vergleichbare Resultat zur Addition aus der Vorlesung.

(5 Punkte)