Übung 1 *Zahlendarstellung*
In der Vorlesung wurde die allgemeine Darstellung von Fließkommazahlen als $\mathbb{F}(\beta, r, s)$ vorgestellt. Dabei ist β die Basis, r die Anzahl der Stellen der Mantisse und s die Anzahl der Stellen des Exponenten.

a) Gegeben sei $x = 0.701 \times 8^{+4} \in \mathbb{F}(8, 3, 1)$ in der oktalen Darstellung. Wie lautet diese Zahl in der normierten Fließkommadarstellung $\mathbb{F}(10, 3, 1)$ zur Basis 10?

b) Gegeben sei die reelle Zahl $x = -0.1 \in \mathbb{R}$ in der Dezimaldarstellung. Wie lautet diese Zahl in der normierten Fließkommadarstellung $\mathbb{F}(2, 14, 2)$ zur Basis 2?

Runde das Ergebnis ab. Taschenrechner oder Computer sind für diese Aufgabe gestattet. **(2+3 Punkte)**

Übung 2 *Rechengesetze in Fließkommazahlen*
Warum gelten für die Addition auf $\mathbb{F}$ das Assoziativgesetz und das Distributivgesetz im Allgemeinen nicht? Gib einfach jeweils ein Beispiel für die Verletzung dieser Gesetze an. **(2 Punkte)**

Übung 3 *Richtig runden*
Zwei gängige Verfahren zum Runden von Zahlen sind das Aufrunden (natürliche Rundung) und die gerade Rundung. Wenn x eine auf r Stellen zu rundende Zahl ist und $\text{left}(x) = \max\{y \in \mathbb{F} \mid y \leq x\}$ sowie $\text{right}(x) = \min\{y \in \mathbb{F} \mid y \geq x\}$ dann gilt beim Aufrunden:

$$rd(x) = \begin{cases} \text{left}(x) & \text{falls} \quad 0 \leq m_{r+1} < \beta/2 \\ \text{right}(x) & \text{falls} \quad \beta/2 \leq m_{r+1} < \beta \end{cases}$$

Beim geraden Runden ist dagegen:

$$rd(x) = \begin{cases} \text{left}(x) & \text{falls} \quad (|x - \text{left}(x)| < |x - \text{right}(x)|) \vee \\ & \qquad\quad (|x - \text{left}(x)| = |x - \text{right}(x)| \wedge m_r \text{ gerade}) \\ \text{right}(x) & \text{sonst} \end{cases}$$

Dabei ist m_i jeweils die i-te Nachkommastelle von x.
Berechne die Folge von Fließkommazahlen

$$\begin{aligned} x_0 &:= x \\ x_n &:= (x_{n-1} \ominus y) \oplus y \end{aligned}$$

mit $x = 1.56$ und $y = -0.555$. Dabei seinen x, x_i und y Fließkommazahlen in der Darstellung $\mathbb{F}(10, 3, 1)$. Welche Ergebnisse erhält man für die ersten 10 Folgenglieder mit Aufrunden bzw. mit gerader Rundung? **(5 Punkte)**

Übung 4 *Maschinengenauigkeit (Praktische Übung)*

Schreibe ein C++-Programm namens `precision`, das folgende Aufgaben erledigt:
Wenn der Benutzer die Kommandozeile

```
./precision
```

aufruft, soll zunächst eine beliebige Zahl z abgefragt werden. Dann soll (näherungsweise) ermittelt werden, für welche Fließkommazahl x_0 gerade noch die Bedingung

$$z < z + x_0$$

erfüllt ist.
Der Algorithmus könnte z.B. so aussehen:

```
1.) Setze x=1.0
2.) Berechne c=z+x
3.) Solange die Bedingung z<c erfüllt ist,
    halbiere x
    und
    berechne wieder c=z+x.
```

Verwende bedingte Anweisungen und Schleifen. Benutze als Datentyp für Fließkommazahlen den Typ `double`. Nach jedem Halbierungsschritt soll das Programm die Werte von x und $z + x$ am Bildschirm ausgeben und am Ende auch den Wert von x_1, für welches z praktisch identisch ist mit $z + x_1$.
Teste das Programm für $z = 10^{-5}$, $z = 1$ und $z = 10^5$ und vergleiche die jeweiligen x_0 und x_1 für die verschiedenen Werte von z.

(5 Punkte)