

Achtung, Abgabe wegen Weihnachtsferien ausnahmsweise schon am Do!

ÜBUNG 1 LMM STABILITÄTSINTERVALL

Bestimmen Sie die Stabilitätsintervalle der beiden expliziten Mehrschrittformeln:

1. $y_n - y_{n-2} = 2hf_{n-1}$
2. $y_n - y_{n-2} = \frac{1}{2}h(f_{n-1} + 3f_{n-2})$

4 Punkte

ÜBUNG 2 LMM SYSTEM

Zur Integration des steifen Systems

$$\begin{aligned}u'(t) &= -10u(t) - 100v(t) \\v'(t) &= 100u(t) - 10v(t) \\w'(t) &= u(t) + v(t) - tw(t)\end{aligned}$$

soll eine LMM verwendet werden. Für welche Ordnung wird das System noch numerisch stabil integriert?

5 Punkte

ÜBUNG 3 PRÄDIKTOR KORREKTOR

Zeigen Sie durch Nachrechnen für ein Paar von einer expliziten und einer impliziten LMM:

$$\sum_{r=0}^R \alpha_{R-r}^{(P)} y_{n-r} = h \sum_{r=1}^R \beta_{R-r}^{(P)} f_{n-r}, \quad \sum_{r=0}^R \alpha_{R-r}^{(C)} y_{n-r} = h \sum_{r=0}^R \beta_{R-r}^{(C)} f_{n-r}.$$

1. Die Ordnung m des zugehörigen Prädiktor-Korrektor-Verfahrens in der $P(EC)^k$ Form ist $m = \min m^{(C)}, m^{(P)} + k$.
2. Gilt für Ordnungen $m^{(C)} \leq m^{(P)} + k$, so ist die Fehlerkonstante C_{m+1} des Gesamtverfahrens gleich der Fehlerkonstante $C_{m+1}^{(C)}$ des Korrekors.

Hinweis: Beachten sie im aktuellen Numerik 1 Skriptum von Prof. Rannacher Sätze 5.1, 5.2 und Abschätzung 5.4.22.

5 Punkte