
Wiederholung zur Klausur

ÜBUNG 1 WIEDERHOLUNG FÜR KLAUSUR: GEBEN SIE MÖGLICHST KURZE ANTWORTEN AUF DIE FOLGENDEN FRAGEN:

Sei durch $u'(t) = f(t, u(t))$, $t \geq t_0$, $u(t_0) = u_0$ mit $f : D \rightarrow \mathbb{R}^d$ und $D \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^d$ eine AWA gegeben.

1. Sei speziell $D = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^d$ und f stetig. Was besagt der Satz von Peano über die Lösung der AWA. Welche weitere Bedingung an die lokalen Lösungen (aus Peano) ist für die Existenz einer globalen Lösung hinreichend? Welche weitere Bedingung an f ist für die Existenz einer globalen Lösung hinreichend? Welche Regularität hat u in Abhängigkeit von der Regularität von f ?
2. Sei speziell $d = 1$ und $f(x, t) = f(x) = x^2$, $t_0 = 0$, $u_0 = 1$. Wie lautet dann die Lösung der AWA?
3. Sind Lösungen linearer AWA mit stetigen Koeffizienten eindeutig?
4. Was ist der Abschneidefehler (lokaler Diskretisierungsfehler) einer Einschrittmethode und wann heißt die Einschrittmethode konsistent mit der AWA?
5. Wann nennt man eine AWA *steif*?
6. Erläutern Sie die Idee des Taylor-Verfahrens und seinen wesentlichsten Nachteil bei der Integration mit hoher Konsistenzordnung.
7. Was ist ein Butcher-Tableau? Welche Bedeutung haben seine Diagonaleinträge? Kann jedes Einschrittverfahren durch ein Butcher-Tableau dargestellt werden?
8. In der Vorlesung haben sie zwei verschiedene Verfahren zur Schrittweitensteuerung kennen gelernt. Skizzieren Sie grob die Ideen der beiden Verfahren, sowie ihre Vor- und Nachteile.
9. Was bedeuten für eine Differenzenformel die Bezeichnungen A -stabil, $A(\alpha)$ -stabil und L -stabil.
10. Was ist ein DIRK Verfahren?
11. Was ist die *Padé-Approximation* und wie wird sie motiviert?
12. Was ist der wesentliche Unterschied in der Stabilitätsanalyse von Ein- und Mehrschrittmethoden? Was ist Nullstabilität?
13. Was besagt die Ordnungsbarriere von Dahlquist?
14. Was ist die Idee des Prädiktor-Korrektor Verfahrens?
15. Was muss man machen um eine DGL zweiter Ordnung inkl. Randbedingungen mit dem Schießverfahren lösen zu können? Was ist der Unterschied zwischen dem Mehrfachschieß- (multiple shooting) und dem Schießverfahren? Worin besteht der Vorteil des ersteren?
16. Welchen Typ hat die Wellengleichung?
17. Die Matrix A erfülle die für eine M-Matrix notwendige Vorzeichen-Eigenschaft. Zählen Sie alle Ihnen bekannten Möglichkeiten auf, um zu überprüfen, ob A wirklich eine M-Matrix ist.

ÜBUNG 2 LOBATTO REGEL

Gegeben sei das Butcher Tableau zu der Lobatto Regel vierter Ordnung:

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \end{array}$$

1. Wie viele Stufen hat dieses Verfahren?
2. Wie viele (eventuell) nicht lineare Gleichungssysteme müssen in einem Schritt gelöst werden?
3. Überprüfen Sie, ob $z = 1 (= h \cdot \lambda)$ noch im Stabilitätsgebiet des Verfahrens liegt.

keine Punkte

ÜBUNG 3 LAPLACE UND FINITE DIFFERENZEN

Die Laplace-Gleichung soll durch Finite Differenzen auf dem Einheitsquadrat ($\Omega = (0, 1) \times (0, 1)$) gelöst werden.

1. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die aus dem 5-Punkt Stern resultierende System-Matrix L_h invertierbar ist, wenn ausschließlich Dirichlet-Randbedingungen verwendet werden, da dann die Null weder in den Gerschgorin-Kreisen von L_h , noch in dem Durchschnitt ihrer Ränder enthalten ist. Zeigen Sie, dass die Null im Rand der Gerschgorin Kreise enthalten ist, wenn auch Neumann Randbedingungen verwendet werden.
2. Als Diskretisierungsgitter soll ein Gitter mit 3×3 Zellen verwendet werden. Angenommen es werden ausschließlich Dirichlet Randbedingungen verwendet. In wie vielen Gitterpunkten ist der Wert der Lösung dann noch zu bestimmen. Von welchen Randwerten hängen dies (rein algebraisch) ab. Warum widerspricht das nicht wirklich der Aussage, dass bei elliptischen Problemen der Wert der Lösung in jedem Punkt von allen Randwerten abhängt?
3. Als Diskretisierungsgitter soll ein Gitter mit 3×3 Zellen verwendet werden. Stellen Sie die Systemmatrix L_h auf, unter der Annahme, dass ausschließlich Neumann-Randbedingungen verwendet werden.
4. Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, die die Vorzeichenbedingung für M-Matrizen erfüllt und es gelte

$$\sum_{\substack{\beta \neq \alpha \\ \beta \in I}} |a_{\alpha\beta}| = |a_{\alpha\alpha}| \quad \forall \alpha \in I.$$

Zeigen Sie, dass A singularär ist.

5. Als Diskretisierungsgitter soll ein Gitter mit 4×4 Zellen verwendet werden. Stellen Sie die Systemmatrix L_h auf, unter der Annahme, dass ausschließlich Periodische-Randbedingungen verwendet werden. Ist das Problem eindeutig lösbar?

keine Punkte

Hinweise zur Klausur

- Bitte bringen Sie unbedingt einen **amtlichen Lichtbildausweis** mit.
- Die Klausur wird am Dienstag den 07.02.2014 um 9:00 Uhr im Raum 432, INF 368 (Unibib, 4. Stockwerk) geschrieben.
- Eine explizite Anmeldung zur Klausur ist nicht notwendig. Wer die Kriterien der Übungsgruppe erfüllt hat gilt als angemeldet im Sinne der Studienordnung.
- Die Teilnahme an der Klausur ist für Studenten aller Studiengänge verpflichtend, um eine benotete Bescheinigung für die Teilnahme an der Vorlesung zu erhalten.
- Zur Klausur darf ein beidseitig mit Formeln und Notizen handbeschriebenes DIN-A4 Blatt mitgebracht werden (Kopien sind nicht zulässig!).
- Bei Bedarf wird eine Nachklausur angeboten. An dieser dürfen nur Studenten teilnehmen, welche an der ersten Klausur teilgenommen aber nicht bestanden oder entschuldigt gefehlt haben. Der Termin für die Nachklausur ist Freitag, der 11.04.2014.