

Übungen zur Vorlesung  
**Mathematische Aspekte der Modellierung und Simulation in den  
Neurowissenschaften**

Dr. S. Lang, D. Popović

Abgabe: 15. Juli 2010 in der Übung

---

**Übung 23 Adaptive Lösung des Hodgkin-Huxley-Modells**

**(7 Punkte)**

In der letzten Übung haben Sie das nicht-lineare Hodgkin-Huxley-Modell mit dem Backward-Euler und Newton-Verfahren gelöst. In der Vorlesung haben Sie Adaption mit Extrapolation für einfache Zeitschrittverfahren kennengelernt.

Dabei werden zum Beispiel zu einem Zeitpunkt  $t_n$  Lösungen zum nächsten Zeitschritt  $t_{n+1}$  mit den Zeitschrittweiten  $k_1$  und  $k_2 = 0.5 \cdot k_1$  berechnet. Für  $k_2$  müssen natürlich 2 Schritte ausgeführt werden. Dann wird eine geeignete Norm (etwa die Maximums-Norm)  $\|v_{n+1,k_2} - v_{n+1,k_1}\|$  gebildet. Ein Kriterium zur Zeitschrittweitensteuerung ist, diese Norm unter einer gegebenen Toleranz zu halten: Ein Zeitschritt  $k_1$  wird verworfen und halbiert, falls die Norm eine Toleranz  $\epsilon$  überschreitet. Da man mit  $k_2$  meist eine feinere und bessere Lösung erhält, kann man in der Praxis das Zeitschrittverfahren auch mit dieser verbesserten Lösung weiterrechnen. In der Theorie verliert man für diesen Fall hingegen gewisse Eigenschaften der Fehlerschätzung.

**Aufgaben**

1. Implementieren Sie das Extrapolations-Verfahren für Ihre Backward Euler-Implementierung des Hodgkin-Huxley-Modells. Am Besten erweitern Sie Ihre Implementierung so, daß entweder adaptiv oder uniform gerechnet werden kann.
2. Aus der letzten Übung sollten Sie noch eine sehr feine Lösung mit der konstanten Zeitschrittweite  $0.001ms$  vorrätig haben (oder neu rechnen), sowie das maximale Potential  $v_{max}$  im Zeitintervall  $I = [90, 110]ms$ . Führen Sie nun adaptive Simulationen mit den Toleranzen  $\epsilon = 0.5, 0.25, 0.125, 0.0625$  und  $0.03125$  aus und bestimmen Sie jeweils das maximale Potential  $\tilde{v}$  in  $I$ . Messen Sie außerdem, wieviele Schritte Sie insgesamt für die Simulation benötigt haben. (Hinweis: Beschränken Sie Ihre Schrittweitensteuerung durch die feine Zeitschrittweite. Genauer als diese Lösung muss und soll nicht gerechnet werden).
3. In der letzten Übung hatten Sie unter Punkt (2) die maximalen Potentialwerte für verschiedene konstante Zeitschrittweiten berechnet. Überlegen Sie sich, wieviele Zeitschritte hier notwendig waren. Fertigen Sie anschließend einen doppelt-logarithmischen Plot an, in den Sie für die adaptiven und die uniformen Simulationen die Anzahl der Zeitschritte gegenüber der erreichten Toleranz  $|\tilde{v} - v_{max}|$  auftragen.

Somit können wir abschätzen, ob sich der Mehraufwand durch die Adaption gelohnt hat – wie sieht es bei Ihnen aus?

Dieses war das letzte Übungsblatt für dieses Semester. Insgesamt konnten somit 125 Punkte erreicht werden. Wir treffen uns das letzte Mal am 20.7.2010 und gehen in oder nach der Übung bei Interesse noch einen Kaffee zusammen trinken :-)