

Übungen zur Vorlesung
Modellierung und Simulation in den Neurowissenschaften
http://conan.iwr.uni-heidelberg.de/teaching/numsimneuro_ss2011

Dr. S. Lang, D. Popović

Abgabe: 08. Juni 2011 in der Übung

Übung 10 Gleichgewichte einer gewöhnlichen DGL (3 Punkte)

Gegeben seien die gewöhnlichen Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -1 + x^2, \\ \dot{x} &= x - x^3.\end{aligned}$$

Skizzieren Sie für jede der beiden Gleichungen schematisch das Phasenportrait (\dot{x} über x). Bestimmen Sie die Gleichgewichte und entscheiden Sie, ob es sich um stabile oder instabile Gleichgewichte handelt.

Übung 11 Phasenräume in Octave (5 Punkte)

Der Winkel y eines ungedämpften Pendels der Länge $l = 1$, das von einer Kraft $f(t) = \sin(5t)$ angetrieben wird, kann mit einer ODE zweiter Ordnung beschrieben werden:

$$\begin{aligned}y'' &= -\sin(y) + f(t), \\ y(0) &= 1, \\ y'(0) &= 0.\end{aligned}$$

Die Kraft $f(t)$ bewegt das Pendel aus der Ausgangslage, d.h. trotz $y'(0) = 0$ wird das System angeregt.

1. Transformieren Sie die Differentialgleichung zweiter Ordnung auf ein System zweier Differentialgleichungen erster Ordnung (mit Komponenten y_1 und y_2).
2. Lösen Sie das System erster Ordnung mit der Octave-Funktion `ode45` im Zeitintervall $[0, 20]$. Erstellen Sie einen Plot, in dem Sie beide Komponenten des Systems über der Zeit eintragen.
3. Erstellen Sie mit Octave für den Zeitbereich $[0, 10]$ ein Phasenraumportrait der beiden Komponenten, d.h. die x -Achse ist y_1 und die y -Achse y_2 .

Übung 12 Phasenraumportrait in Octave (2 Punkte)

Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 - 2x_2 x_1^2 + x_2, \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_2.\end{aligned}$$

Erstellen Sie mit Hilfe von Octave ein Phasenraumportrait (\dot{x}_2 über \dot{x}_1) mit dem Definitionsbereich $[-5, 5]$ für beide Komponenten bei einem Spacing von 0.05. Am Besten eignet sich die Octave-Funktion `quiver`.

Welche signifikanten Punkte des Plots erkennen Sie (es sollte nur einen geben)?

