

Übungen zur Vorlesung  
**Modellierung und Simulation in den Neurowissenschaften**  
[http://conan.iwr.uni-heidelberg.de/teaching/numsimneuro\\_ss2011](http://conan.iwr.uni-heidelberg.de/teaching/numsimneuro_ss2011)

Dr. S. Lang, D. Popović

Abgabe: 15. Juni 2011 in der Übung

---

**Übung 13 Phasenraumportraits und Nullklinen mit Octave** (5 Punkte)

Gegeben seien die folgenden beiden Differentialgleichungssysteme:

$$\begin{aligned}x' &= y \cdot (1 - x) \\ y' &= -y + 2y \cdot (1 - x)\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}x' &= \sin(x + y) + \cos(x + y) \\ y' &= \sin(x - y) - \cos(x - y).\end{aligned}$$

Erstellen Sie für beide Systeme Plots des Richtungsfeldes (Octave-Funktion `quiver`) und versuchen Sie, die Gleichgewichtspunkte zu erkennen. Verwenden Sie für das erste System ein Spacing von `-2.0:0.1:2.0` für  $x$ - und  $y$ -Achse, für das zweite eines mit `-4:0.1:4`.

Zeichnen Sie danach auch die Nullklinen (für eine Gleichung  $x' = f(x, y)$  sind das die Kurven mit  $f(x, y) = 0$ ) im gleichen Plot ein. Hier kann Ihnen die Octave-Funktion `contour` helfen.

**Übung 14 Van-der-Pol-Oszillator** (10 Punkte)

Betrachten Sie folgendes Differentialgleichungssystem:

$$\begin{aligned}\dot{v} &= v - v^3 - w + I_{app} \\ \tau \dot{w} &= v.\end{aligned}$$

Dieses Modell ist ein vereinfachtes Fitzhugh-Nagumo-Modell in phenomenologischer Notation, bei dem  $I_{app}$  ein anregender Strom und  $\tau$  die Zeitkonstante der Recovery-Variable  $w$ .

1. Bestimmen Sie für dieses Modell mit Octave die Nullklinen mit den Parametern  $\tau = 10$  und  $I_{app} = 0$  (Octave-Funktion `contour`).
2. Lösen Sie das System numerisch mit dem Forward Euler-Verfahren und einer Zeitschrittweite von  $0.1 \text{ ms}$ , einer Simulationsdauer von  $T = 50 \text{ ms}$  und jeweils den Parametern  $\tau = 10$  und  $\tau = 3$ , sowie einem Strom von 1, der die ersten fünf Zeitschritte appliziert wird. Als Startwerte  $x_0, w_0$  verwenden Sie den Schnittpunkt der Nullklinen. Erzeugen Sie einen Plot mit Richtungsfeld, Nullklinen und der jeweils berechneten Trajektorie.

Auf Wikipedia gibt es einen Artikel über das Fitzhugh-Nagumo-Modell, in dem die Dynamik des Systems und die Bedeutung der Nullklinen erklärt wird. Diskutieren Sie an Hand dieses Artikels und Ihrer Plots kurz den Einfluss des Parameters  $\tau$ .

