Übungen zur Vorlesung

Mathematische Aspekte der Neuronenmodellierung und Simulation

http://conan.iwr.uni-heidelberg.de/teaching/numsimneuro_ss2012

Dr. S. Lang, D. Popović

Abgabe: 02. Mai 2012 in der Übung

The exercises will take place in the OMZ computer pool (INF 350, room U011). You can work remotely in the pool with your login and password:

- `ssh -X neuroYYY@pool.iwr.uni-heidelberg.de`,
  where `YYY` is your personal user id.
- You will be given your user id and an initial password in the first exercise lab.
- If you have missed the first exercise lab, please request User Id and password from your tutor, `dan.popovic [at] iwr.uni-heidelberg.de`

Übung 1 Einführung in Octave (5 Punkte)

In den Übungen werden wir zum Teil mit der Programmier-Sprache Octave, einem Open-Source-Clone von MATLAB, arbeiten. In dieser Aufgabe sollen einige kleine Fingerübungen zum Aufwärmen bearbeitet werden, ein paar Tipps dazu finden Sie auf der Octave-Hilfeseite auf der Vorlesungs-Hompepage.

1. Legen Sie eine Matrix und einen Vektor an:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 16 & 33 & 50 & 67 \\ 4 & 15 & 31 & 44 \\ 10 & 29 & 63 & 97 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix},$$

   und

   - Lösen Sie das Gleichungssystem $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$,
   - Berechnen Sie $A^T A$,
   - Berechnen Sie die LU-Zerlegung von A.

2. Plotten Sie die Funktion $f(x,y) = exp(-0.1 \cdot x^2 - 0.25 \cdot y^2)$ in den Wertebereichen $I_x = [-3,3], I_y = [-4.25, 4.25]$ mit einem Spacing von 0.1 in $x-$ und 0.3 in y-Richtung mit Gitternetzlinien. Exportieren Sie den Plot als *eps*-, *png*- oder *pdf*-Datei.

3. Berechnen Sie ein Matrix-Vector-Produkt einer $(n \times n)$-Zufallsmatrix mit einem $(n \times 1)$-Zufallsvektor. Messen Sie die verbrauchte Zeit für $n = 600$ bei

   - Verwendung der eingebauten Funktion `*`,
   - Verwendung von `for`-Schleifen.

   Führen Sie, um Messfehler auszugleichen, mehrere Durchläufe durch und mitteln Sie die gemessenen Zeiten.

4. Speichern Sie die Matrix in einer Datei `matrix-n.dat`, wobei für `n` der jeweils aktuelle Zahlwert von n in den Dateinamen eingesetzt werden soll.

Übung 2 Ein Integrate-and-Fire Punktneuronen-Modell (5 Punkte)

In dieser Übung wollen wir eins der einfachsten Neuronen-Modelle, das *Leaky-integrate-and-fire*-Neuron (LIF), untersuchen. Dazu werden wir das Modell mit Octave numerisch mit dem Forward-Euler-Verfahren lösen. Das LIF-Modell hat die Form

$$\begin{aligned} \tau_m \partial_t v(t) &= -(v(t) - v_L) + R \cdot I(t), \\ v(t) &= v_{reset}, && \text{falls } v(t) > v_{threshold}, \\ v(0) &= v_0. \end{aligned}$$

Hierbei werden das Potential $v(t)$, die Potential-Batterie v_L, der Spike-Schwellwert $v_{threshold}$, der initiale Potential-Wert v_0 sowie v_{reset}, der Reset-Wert des Potentials, in mV gemessen, $I(t)$ ist ein eingeprägter Strom in nA, R der gesamte Membran-Wiederstand in $M\Omega$ und $\tau_m = R \cdot C$ eine Zeitkonstante in ms, die aus dem Produkt des Wiederstandes mit einer Kapazität C (in pF) berechnet wird und die die dynamischen Vorgänge des Systems hinreichend auflöst. Die Modellzeit t hat die Einheit ms.

1. Implementieren Sie das Forward-Euler-Verfahren für das Modell mit Octave und den Parametern $R = 10$, $\tau_m = 10$, $t_{end} = 1000$, $dt = 0.1$, $v_L = -65$, $v_{threshold} = -50$ und $v_{reset} = -65$. Der Startwert des Potentials sei $v(0) = v_0 = 0$. Der Strom soll konstant sein, $I(t) = I_0 = 2.0$. Erzeugen Sie Plots „Potential über Zeit“ und „Strom über Zeit“ und exportieren Sie diese als *eps*-, *png*- oder *pdf*-Datei.

2. Versuchen Sie, das Ergebnis zu interpretieren. Können Sie in Ihrem Plot die Bedeutung der Parameter v_{reset} und $v_{threshold}$ erkennen? Welchen Einfluß auf das Ergebnis hat die Zeitkonstante τ_m?

3. Welchen Effekt beobachten Sie, wenn Sie den Strom auf $1.4\,nA$ erniedrigen? Haben Sie eine Erklärung hierfür? Berechnen Sie zur Argumentation das Gleichgewichts-Potential (Bedingung: $\tau_m \partial_t v = 0$) bei konstantem Strom und vergleichen Sie diesen Wert mit $v_{threshold}$.

4. Implementieren Sie einen zeitabhängigen Strom $I(t)$, beim dem auf einen Grundstrom von $I_0 = 1.4\,nA$ vier Sinus-Moden $sin(\omega t)$ mit zufälliger Frequenz ω (Octave-Funktion `rand(1)` $= \omega$) addiert werden. Fertigen Sie wiederum Plots wie in Teilaufgabe (1) an und kommentieren Sie das Spiking-Verhalten.