Universität Heidelberg | Wintersemester 2008/09
Aufgabenblatt 7 | 13. 01. 2009

Übungen zur Vorlesung

"Paralleles Höchstleisungsrechnen "

Prof. Dr. P. Bastian, Ch. Engwer

Abgabe bis 20. 01. 2009 an christian.engwer@iwr.uni-heidelberg.de

---

ÜBUNG 1 ISOEFFIZIENZ-ANALYSE

Es sollen $n \in \mathbb{N}$ (Maschinen-)Zahlen auf einem Hypercube der Dimension $2^d, d \in \mathbb{N}$, addiert werden. Die Rechenzeit für eine Addition sei T_A, der sequentielle Algorithmus benötigt also die Zeit $n \cdot T_A$. Das Verbindungsnetzwerk habe eine Bandbreite α und Latenz β, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+$. Die n Zahlen werden gleichmäßig auf die p Prozessoren verteilt.

1. Wie ist die parallele Ausführungszeit T_P?
2. Welcher Komplexität ist demnach die Isoeffizienz-Funktion des Systems?
3. Wie muss man n bei Verdopplung der Prozessoranzahl p vergrößern, damit die Effizienz konstant bleibt?

ÜBUNG 2 ISOEFFIZIENZ-FUNKTIONEN

Der Overhead hängt gewöhnlich nicht nur von der Anzahl der Rechenknoten P sondern auch von der Problemgröße W ab. Falls eine Isoeffizienz-Funktion existiert, ist es oft nicht leicht oder unmöglich, sie als Funktion des Parameters P anzugeben. Betrachten wir zum Beispiel ein hypothetisches paralleles System mit Overhead

$$T_o(W, P) = P^{3/2} + P^{3/4} W^{3/4}.$$

Die Gleichung der Isoeffizienz-Funktion

$$W(P) = c \cdot T_o(W(P), P) = cP^{3/2} + cP^{3/4}(W(P))^{3/4},$$

$c \in \mathbb{R}$ eine Konstante, ist nur schwer zu lösen. Manchmal ist es dennoch möglich zu untersuchen, wann die Effizienz bei steigender Prozessorzahl nicht schlechter wird: Die Bedingung hierfür ist, daß T_o bei steigendem P und W mindestens wie W wächst. Besteht T_o aus mehreren Summanden, wird die Isoeffizienz-Funktion für jeden Teilsummanden berechnet. Die Teilkomponente von T_o, die das höchste Wachstum von W in Abhängigkeit von P hervorruft, bedingt dann die asymptotische Isoeffizienz-Funktion des gesamten parallelen Systems.

Welche Asymptotik besitzt demnach die Isoeffizienz-Funktion für ein paralleles System mit obiger Overhead-Funktion?

ÜBUNG 3 ISOEFFIZIENZ-ANALYSE: MATRIX-VEKTOR-MULTIPLIKATION

In der Vorlesung wird gezeigt, dass für eine Matrix-Vektor-Multiplikation $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$, $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$, $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$, $M, N \in \mathbb{N}$ bei einer blockweisen Aufteilung der Matrix über ein Prozessorfeld eine Isoeffizienz-Funktion der Komplexität $\Theta(P(ld\sqrt{P})^2)$ existiert.

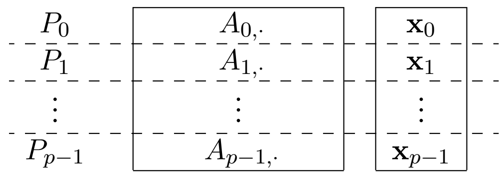

Abbildung 1: Zeilenweise Aufteilung einer Matrix A und eines Vektoren $\mathbf{x}$ für das Matrix-Vektor-Produkt.

Untersuchen Sie nun den Fall, daß die Matrix A und der Vektor $\mathbf{x}$ zeilenweise auf P Prozessoren, die im Hypercube angeordnet sind, veteilt sind, wie in Abbildung 1 angedeutet. Der Vektor $\mathbf{y}$ habe die gleiche Verteilung wie Vektor $\mathbf{x}$. Von welcher Komplexität ist für diese Lösung die Iso-Effizienzfunktion? Sollen für den Fall $M = N$ mit beiden Lösungen (streifen- und blockweise Verteilung) die gleiche Effizienz erreicht werden, für welchen Algorithmus ist dann bei steigendem P eine größeres N als erforderlich?