

Übungen zur Vorlesung
Simulationswerkzeuge
Dr. S. Lang, D. Popović

Besprechung am 14. Juli 2009 in der Übung

ÜBUNG 15 DUNE-PDELAB: 3D-NEURONEN, 2.TEIL

Checken Sie sich den aktuellen *trunk* des *Dune*-Moduls *neuroDUNE3D* in Ihr *dune*-Verzeichnis in Ihrem Home-Verzeichnis aus:

```
$.svn checkout https://conan.iwr.uni-heidelberg.de/svn/neuroDUNE3D/  
trunk neuroDUNE3D
```

und übersetzen Sie dieses mit

```
$/dune-common/bin/dunecontrol --opts=config.opts --only=neuroDUNE3D  
all
```

Wir wollen heute in 3D die Diffusionsgleichung

$$\begin{aligned} -G_A \Delta v(\mathbf{x}) &= 0 && \text{in } \Omega, \\ v(\mathbf{x}) &= 0 && \text{auf } \Gamma_D, \\ -G_A \nabla v(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} &= I_0 && \text{auf } \Gamma_N, \\ -G_A \nabla v(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} + G_M v(\mathbf{x}) &= 0 && \text{auf } \Gamma_R \end{aligned}$$

lösen. Das Gebiet Ω sei offen, der Rand $\partial\Omega$ in drei Teile mit Dirichlet-, Neumann- und Robin-Randbedingungen aufgesplittet. Diese Problemstellung beschreibt die Potentialverteilung im Gleichgewicht eines zylindrischen Leiters, etwa ein Neuron. Wie schon in den letzten Aufgaben gesehen, bezeichnet G_A die spezifische axiale Leitfähigkeit in $\frac{1}{\Omega cm}$, G_M die spezifische Membranleitfähigkeit in $\frac{1}{\Omega cm^2}$, v das Potential in mV und I_0 die an einer Terminalfläche applizierte Stromdichte in $\frac{1}{\mu A}$.

Die Lösung dieser Gleichung wollen wir mit der Lösung des 1D-Problems

$$\begin{aligned} -\frac{\pi r^2 G_A}{2\pi r G_M} \partial_{xx} v(x) + v(x) &= 0 && \text{in } \Omega = [0, l], \\ \partial_x v(x) &= -\frac{2G_M}{rG_A} I_0 && \text{für } x = 0, \end{aligned}$$

zusätzliche Randbedingungen bei $x = l$

vom Aufgabenblatt 6 vergleichen. Dazu betrachten wir die anhängende Abbildung. Wir wollen hier folgende Probleme lösen:

- Dirichlet-0 Randbedingungen an Fläche 4, Neumann Randbedingungen an Fläche 3, Robin Randbedingungen an Flächen 1 und 2,
- Neumann-0 Randbedingungen an Fläche 4, Neumann Randbedingungen an Fläche 3 Fläche 3, Robin-Randbedingungen an Flächen 1 und 2,

d.h. *killed-end* und *sealed-end* Randbedingungen für das Neuron. Als Parameter verwenden wir $l = 2\mu m$, $r = 1\mu m$, $R_M = 2.0k\Omega cm^2$, $G_A = 200\frac{1}{\Omega cm}$ und $I_0 = 2\frac{\mu A}{\pi r^2}$.

Im `grid`-Verzeichnis des Moduls liegt ein *Gmsh*-Gitter `cyl_coarse-with-physical-groups.msh` bereit. Implementieren Sie in den üblichen Parameterklassen für das *1D*- und *3D*-Problem die Randbedingungen, Quellen und sonstigen Parameter und lösen Sie beide Probleme. Vergleichen Sie die Lösungen in der optischen Norm mit *Paraview*.

